

| | Комбинаторика | Текстовые и логика | Алгебра | Числа | Геометрия |
|-----------|--|---|--|---|--|
| 10 | На аллее к празднику были выставлены флаги двух цветов так, что флаги, между которыми 10 или 15, одного цвета. Какое наибольшее количество флагов могло быть на аллее при условии, что оба цвета встречаются? | У Петера на ферме есть кролики и клетки. Если он помещает по одному кролику в каждой клетке, то одному кролику не хватит клетки. Если Петер поместит в каждую клетку по два кролика, то одна клетка останется свободной. Сколько клеток и сколько кроликов? | При каких значениях x и y выражение $2x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 2y + 2$ имеет наименьшее значение. Найдите это наименьшее значение. | Найдите наибольшее число a , не содержащее нулей в своей записи, сумма цифр которого равна 15, а сумма цифр числа $2a$ меньше 15. | $KLMN$ – прямоугольник, в котором $KL = 6$, $LM = 11$. Биссектрисы углов, проведенные из вершин L и M , пересекают сторону KN в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF . |
| 20 | В прямоугольнике отметили 20 точек, затем эти точки и вершины прямоугольника соединили отрезками, так, чтобы отрезки не пересекались. Прямоугольник разбился на треугольники. Найдите количество получившихся треугольников. | Одного стога сена хватает, чтобы кормить корову и козу 10 дней. Одной корове стога хватает на 14 дней. На сколько дней хватит стога сена, если кормить одну козу? | Решить уравнение $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2} + 3\sqrt{2x-5} = 7\sqrt{2}$ | Найдите все простые p , для которых $65p+1$ является квадратом натурального числа. В качестве ответа укажите сумму всех найденных значений p ? | В трапеции $KLMN$ $KN \parallel LM$, $KL = 20$, $MN = 25$, $LM = 5$. Биссектриса угла KNM проходит через середину стороны KL . Найдите площадь трапеции. |
| 30 | Из спичек сложили прямоугольник 20×30 . Назовем вершинами точки соединения спичек. Какое наибольшее количество спичек надо убрать так, чтобы всегда существовала цепь для любой пары вершин? | Когда маме было 27 лет, Даша была старше Паши в два раза, а Паша младше мамы в 9 раз. Но теперь мама старше Даши в два раза. Сколько сейчас лет Паше? | Какие целые положительные числа могут удовлетворять уравнению $x + y + z = xyz$? | Вася написал на доске натуральные числа от 1 до n и вычеркнул одно из них. Среднее арифметическое оставшихся оказалось равно $\frac{439}{13}$. При каком наименьшем n это могло случиться? | В трапеции $KLMN$ точка E – середина основания KN , точка F – середина боковой стороны KL . Отрезки ME и NF пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника MON , если $S_{KFOE} = 50$. |
| 40 | В Волшебном лесу 15 эльфов отправили некоторым из 15 гномов поздравления с Новым годом, причём никакой эльф не отправлял ни одному из гномов писем дважды. Оказалось, что эльфы и гномы единственным образом разбиваются на 15 пар так, что в каждой паре оказались эльф и гном, которого поздравил эльф. Какое наибольшее число поздравлений могло быть отправлено? | Автомобиль ехал с постоянной скоростью из города A в город B , на пути между которыми стоит село C . Когда автомобиль доехал до C , то оказалось, что он проехал столько километров, сколько минут ему осталось ехать до B . Но когда он проехал оставшуюся часть пути, то оказалось, что он проехал от C до B столько километров, сколько минут он затратил на дорогу от A до C . Какова скорость автомобиля? (ответ дайте в км/ч) | Решить в целых числах уравнение $2x^2 + 5xy - 12y^2 = 28$ | Для каждого натурального $n \leq 3000$ нашли наименьшее натуральное число, на которое n не делится. Какое наибольшее число могло получиться? | На стороне KN квадрата $KLMN$ отметили точку E , а на продолжении луча KL за точку L – точку F . Известно, что $\angle FEM = 45^\circ$, $KE = 1$, $EN = 2$. Найдите FL . |

50

В деревне Веселой стоит 100 домов. Некоторые пары домов соединены тропинками. Трофим, нарисовав схему деревни, заметил, что никакие три дома не располагаются на прямой и никакая тройка тропинок не образует треугольник. Какое наибольшее число тропинок могло быть в деревне?

Покупатель в магазине заплатил за покупку неверно: вместо рублей он дал такую же сумму копеек, а вместо копеек дал такую же сумму рублей. Когда продавец посчитал деньги, 5 копеек закатилось под прилавок, и в результате у него оказалась сумма в два раза большая, чем стоимость покупки. На какую сумму совершал покупку покупатель? Количество копеек в стоимости товара не может быть больше 99.

Вычислить без таблиц

$$tg \frac{\pi}{7} \cdot tg \frac{2\pi}{7} \cdot tg \frac{4\pi}{7}.$$

Найдите наибольшее натуральное число, не превосходящее $\underbrace{100\dots005}_{99 \text{ нулей}}$, не представимое в виде суммы трех квадратов целых чисел.

В выпуклом четырёхугольнике $KLMN$ известно, что $\angle LKM = \angle LNK$, $\angle LKN = \angle KNM = 60^\circ$, $KL = 14$, $MN = 6$. Найдите длину KN .